

聚落體系形成之電腦模擬實驗 - 不同函數型態下的探討

于如陵* 賴世剛**

論文收件日期：九十四年一月七日

論文接受日期：九十四年六月十三日

摘 要

本文是探討複雜理論對都市聚落體系空間分布之影響，試圖解釋何以都市聚落體系會形成冪次現象(Power law)。所謂的冪次法則是指事物出現的規模與頻率間的關係：物體的規模 S 和其出現次數，呈 $S^{-\alpha}$ 的比例關係，而形成一個自成組織的體系。在先前的研究中曾指出，根據報酬遞增理論所設計的電腦模擬中，在均質平面平面的假設下，會呈現出高度符合冪次現象的都市體系(于如陵，賴世剛，2001)。本文在此一基礎上，將模型的假設條件放寬，使擴增為不同函數之報酬遞增型態下的探討。

本研究基於複雜理論，設計電腦程式來模擬都市聚落體系之形成。本研究顯示，基於隨機成長的都市體系模擬結果，不論所依據的函數型態為何，大多數都高度符合冪次法則。等級大小法則為冪次法則的特例，但符合冪次法則的機制，未必符合等級大小法則。因此雖然等級大小法則已被廣為都市研究者奉為圭臬，在世界各地加以應用，但其成立並非毫無條件。另外本研究認為，「先固定後遞減」可能是最符合真實世界的都市體系成長歷程的推動機制。

關鍵詞：聚落體系、冪次法則、等級大小法則

* 國立成功大學都市計劃研究所博士候選人、崑山科技大學不動產經營系專任講師
台南縣永康市大灣路949號，TEL：(06)2710834-13，E-mail：juling@mail.ksut.edu.tw

** 國立台北大學不動產與城鄉環境系教授兼土地與環境規劃研究中心主任
台北市民生東路三段67號，TEL：(02)25021520-7595，E-mail：lai@mail.ntpu.edu.tw

Computer Experiments on Formation of Settlement Systems: An Exploration Based on Multiple Functional Forms

Ju-Ling Yu* and Shih-Kung Lai**

Abstract

This article explores the spatial distribution of urban settlements in the context of sciences of complexity. Specifically, it tries to explain why urban settlement patterns follow the Power Law. According to the Power Law, an object with the scale of S should occur in a frequency proportional to S^{-a} . Besides, this relation is often observed in a self-organizing system. In our earlier research (Yu & Lai, 2001), we conducted computer simulations of self-organizing urban systems based on the principle of increasing returns and the assumption of a uniform plane. We found that urban settlement patterns fit the Power Law. In this research, we relaxed the assumptions of our previous model and expanded our analysis to account for different increasing return functions varying according to scale.

According to our simulations, urban systems generated from a random growth model subject to increasing returns usually fit the Power Law regardless of the varied attraction coefficient function. Besides, the rank-size rule is only a special case of the Power Law. Hence, although the rank-size rule is widely accepted and applied by researchers around the world, its occurrence is not unconditional. Finally, we compared the results obtained from different functional forms and concluded that the outcome of the function with “first stationary and then decreasing” returns might be closest to the real-world urban growth experiences.

Keywords: Settlement Systems, Power Law, Rank-Size Rule

一、前言

所謂的「都市階層」「都市體系」普遍存在於各地，大小聚落之間存在的秩序，彷彿是經過人為精心的安排。早在 1933 年德國地理學家克里司徒納(Walter Christaller)提出他有名的中地理論(Central place theory)，而1949年威普夫(Zipf, 1949)，提出等級大小法則(Rank-Size rule)，這兩位學者可算是都市聚落體系的理論的啟蒙者。

近年來，複雜科學(Sciences of Complexity)逐漸被引入各學門中(例如，Kauffman, 1995；Simon, 1998；Batten, 2001；林和, 1991；齊若蘭, 1994)，複雜科學強調的是總體是由個體所構成的，而整體系統之所以複雜難測，是因為個體間的互動所致。都市是由眾多組成份子互動所形成的，無疑的，都市是一個複雜系統。複雜科學中提到，許多自然界與社會科學中的複雜系統，都具有自我組織(self-organization)的特質，該理論認為系統在某些情況下會從混亂中自發地呈現某些秩序。而秩序的起源並非源於某些物理學或經濟學的定理的總體原則，而是由系統中組成分子互動所產生的。而所謂冪次現象(Power law)就是系統呈現自我組織的證據之一(Bak, 1991)，冪次現象是指事物出現的規模與頻率間的關係：物體的規模 S 和其出現之次數，呈 S^{-a} 的比例關係，亦即規模大的事物出現的頻率低，而規模小的事物出現的頻率高，而形成一個自成組織的體系。

複雜科學的基本概念是由簡單的分子的互動規則，就可以表現出複雜的系統行為。傳統經濟學家以完全理性的行為為基礎，透過繁複的數學推導來解釋真實世界的現象。假設作用者完全理性的好處是完全可以預測，但問題是人類既不是完全理性，也不是可預測的。複雜科學中強調系統的不可預測性及用簡單的規則來表現複雜的真實世界，是相對於傳統經濟學的新觀點。這兩種研究方向各有所長，目前將複雜科學與傳統經濟理論相結合的努力仍處於起步階段。

細胞自動體(Cellular Automata，縮寫為CA)是複雜科學一個典型的表現，如何用個體分子的互動來組織成整個系統。細胞自動體是由一些特定規則的格子所組成，每個格子看做是一個細胞；每一個細胞可以具有一些狀態，但是在某一時刻只能處一種狀態之中。隨著時間的變化(我們稱作「疊代」過程)，格子上的每一個細胞根據周圍細胞的情形，按照相同的法則而改變狀態，換句話說，一個細胞的狀態是由上一個時刻所圍繞的細胞的狀態所決定。以人工生命的角度來看，細胞自動體可以視為一個讓許多單細胞生物生活的世界，在我們設定好這個世界的初始狀態之後，它們便按照同一個規則做演化。

在自然界，物理學家 Bak(1996)在他所寫的書 "How nature works" 中，以大量的範例說明自然界有其自成的秩序如地震、隕石撞擊、砂堆實驗等等都呈現冪次現象，冪次現象即是此種自然界自成秩序的一個重要表徵。在地震規模頻率中，大規模地震出現的次數少，而小規模地震出現頻繁，地震的規模與頻率間，符合冪次現象；同樣的，隕石撞擊的規模與頻率之間，符合冪次現象；砂堆崩塌的規模與頻率之間，亦符合冪次現象。

而在社會科學界也可找到類似範例如股市漲跌等，亦呈現出冪次現象(股市漲跌的規模與頻率間，符合冪次現象)。而都市體系亦不例外，都市的規模與個數之間，亦符合冪次現象，前述的等級大小法則可視為冪次現象的一個特例(冪次法則的斜率約為-1的狀態)。Bak教授在 "How nature works" 這本書中亦提到都市體系的冪次現象亦為一種自然形成的秩序。Bak教授指出，雖然在自然界普遍可以觀察出冪次現象這樣的秩序，而典型的沙堆實驗亦可經由電腦模擬重現，但迄今仍無人能以數學模型解釋何以此一秩序必然存在。

在先前的研究中曾指出，根據報酬遞增理論所設計的電腦模擬中，在均質平面的假設下，會呈現出高度符合冪次現象的都市體系，且其係數與等級大小法則相近(于如陵，賴世剛，2001)，另一方面，雖然不存在報酬遞增機制的純隨機成長模型亦能吻合冪次法則，但其型態與真實世界相比，顯得過於分散，與等級大小法則不符。因此我們認為，若系統中不存在「報酬遞增」機制，提供系統足夠的聚集動力，則此一系統不可能達到真實世界聚落體系那樣強的聚集程度(冪次法則的斜率約為-1的狀態)，尤其是在聚落體系成形的初期階段。因此我們認為，若將討論的範圍限定於「都市體系的冪次現象」，則報酬遞增機制可能是促成此種型態的必要條件。(于如陵，賴世剛，2003)。

由於在該項研究中，採取的單純報酬遞增型態建立的模型，雖然獲致了一些重要的結論，但畢竟限制仍多，所得的結論不夠完整。本文在此一基礎上，將模型的假設條件放寬，將探討在不同函數型態下，所產生的都市體系型態，與原先單純報酬遞增型態有何異同，以求得更為一般化的結論。

二、都市聚落體系與冪次定律

1949年Zipf提出等級大小法則以說明都市規模與其等級的相關性。 $P(r)$ 表示第 r 級都市之人口數， q 表示為常數，以數學式表現則為：

$$P(r) = K \times r^{-q} \dots\dots\dots (1)$$

其公式符號定義為：K為最大都市人口數，P(r)係第r級幕次定律序列之人口，q為稱為Zipf force(通常均假設等於1)。依據該規則若將都市排序及都市規模均以對數化(logarithm)處理，則可產生線性關係(Savage, 1997; Black, 2001)。吾人可以發覺其實幕次法則普遍存在於都市系統中，它的概念與先前學者所提出的等級大小法則不謀而合。即規模越小或排序越低者其等出現的頻率越多，反之，規模越大或排序越高者其等出現的頻率越少。只是等級大小法則是一個觀察歸納的結果，在當時還沒有提到所謂自我組織這樣的概念。如前所述，Krugman(1996)曾以美國都市的實際統計資料進行統計分析，亦得到同樣的幕次關係。由於幕次法則是先區分規模，再觀察規模與頻率的關係，牽涉到如何分組的問題。Krugman提出的方式是將城市依規模大小「排序」，再將「排序」與「規模」皆取對數，發現其亦呈現線性的關係。Krugman(1996)在其The self-organizing economy一書的論述中論及幕次定律與規模關係指出，都市人口與其都市排序取對數後呈反向比值的關係。Krugman由實證中發現：美國130個都市於一百年(1890-1990)間其所形成之幕次定律模式竟有逼近於-1斜率的線性關係。

Zipf所提出的大小等級法則時，設定其指數之係數q為1，此一係數即為幕次定律中斜率值，其函數型態完全相同。而此一斜率值經美國都市的實證研究，認定其趨近於-1，且在一百年間其斜率值均相當穩定。儘管學界對此一現象形成的原因，仍未能有完整的解釋，但在文獻上顯示此一現象確實存在，但其成因猶待探討。

幕次定律所運用的公式與Zipf's law雷同，根據學者的研究，幕次法則的係數值其使用在都市發展與人口分布上則多驗證指向其為-1(薛明生、賴世剛，2002)。

雖然Krugman(1996)曾以Simon(1955)所提出都市隨機成長模型(random growth model)以解釋都市發展的幕次定律，但對於指數q的穩定性仍未能提出確切證明。但目前學界只是觀察到這樣的現象與規律，對於形成這種現象的幕後機制仍在試圖理解之中(Krugman, 1996及Fujita等, 2001)。Krugman認為到目前最佳的Zipf's law的解釋模型是Simon在1955年所提出的都市隨機成長模型，他假設都市成長是一次增加一個區塊(lump)，而這個區塊的人口可以選擇加入現有都市，或成立一個新的聚落，而該區塊成立為新聚落的機率是固定值 π 。Simon設定該區塊加入某現有都市的機率與該都市之規模成正比，在此情況下規模越大的都市成長越快，因此我們認為Simon的模型是隱含著「報酬遞增」的假設。Simon推導出的係數值 $\alpha = 1/(1 - \pi)$ 。但問題是依照實際狀況統計出來的 α 值趨近於1(原為1，但Simon已主動設定 α 前面有負號)，則除非 π 等於零，否則 α 不可能為1，但在 π 等於零的情

況下，這個模型無法運作，無法產生任何新都市，更談不上所謂都市體系。因此 Simon 的模型仍未能完整解釋冪次法則的成因。

由文獻回顧而言，嘗試對 Zipf's law(都市體系的冪次現象)的解釋，可分為兩個方向(Gabaix, 1999)。一類是隨機成長(stochastic random growth)的模型，以 Simon 的模型為代表。Simon 的理論模型如前所述，是由建構一個「解釋性」模型的方向去嘗試。另外一種說明冪次體系形成原因的方向是由統計的角度出發，將都市分布型態視為一種統計分配，以吉伯特定理(Gibrat's law)為代表。Gabaix(1999)指出Gibrat's law描述符合 Zipf's law 的都市分配型態，他指出如果都市以相同的期望成長率及相同的標準差，則其極限的分布(the limiting distribution)將收斂(converge)於 Zipf's law。Gibrat's law 指出，當都市規模以一種同質隨機成長過程隨機成長時，極限的分布將收斂於 Zipf's law，不論成長率的分布型態為何。學者指出(Fujita等, 2001)，此種狀況隱含了報酬固定(constant returns to city size)的假設，所以都市的期望成長率和其規模間相獨立。但現存的都市經濟模型卻都不支持報酬固定的假設，所以這一點仍然有爭議。

三、聚落體系形成的推動機制

本研究是由複雜科學的觀點做出發，試圖尋找推動聚落體系形成的機制，也是由建構一個「解釋性」模型的方向去嘗試。複雜科學研究者 Arthur(1990)所提出的「正回饋」觀念是傳統經濟學所沒有的，傳統經濟學強調「報酬遞減」，負回饋與報酬遞減正說明了新古典學派對於經濟的和諧、穩定及平衡的看法。Arthur 指出在市場競爭中，我們可以看到由於「正回饋」與「報酬遞增」而導致市場鎖定於某種產品或規格的情況。就空間的聚集行為而言，Arthur 認為這是一種報酬遞增的現象。廠商因為生產條件的考量都會具區域偏好，接著進入的廠商會優先選擇於現有廠商的周圍，可以減少開發成本獲得較多利益，這就是聚集經濟效果。利用數學式子可以表示如下(Arthur, 1990)

$$\pi_i + g(N_i) \dots \dots \dots (2)$$

式中 π_i 表示區域 i 提供之地理資源優勢，所謂「地理資源優勢」是指交通便利的區位、或具有礦藏資源等，使得空間中某些區位先天上就比其他位置更容易獲得發展機會。 $g(N_i)$ 表示區域 i 內存在 N_i 家廠商時所得到的聚集利益，此一數值隨廠商家數增加而增加。Arthur 將平面區分為數個區域，他指出每個區域內新廠商進駐的數

量與該區域的地理資源優勢與現存廠商數量成正比，因此具有地理資源優勢及先期廠商群聚的區域，在下一期將吸引更多廠商進入。在這樣的運作機制之下，區域間的發展呈現報酬遞增現象，已經存在廠商的區域，下一期有更多機會吸引新廠商加入該區域，因此在空間上形成聚集現象。這就是 Arthur 指出，空間的聚集行為是一種報酬遞增的現象。在 Arthur 所描述的空間上報酬遞增的架構下，若在均質平面(無任何區位存在地理資源優勢)的情況下，Arthur 所提的「報酬遞增」觀念，實與都市經濟學的「聚集經濟」無異。Arthur(1990)曾透過理論的推導指出，假如聚集利益沒有上限(unbounded)，最終會有區位獨占所有產業，但未對最終區位的空間結構加以說明。

筆者曾在 Krugman 和 Arthur 的理論架構基礎下，從報酬遞增的觀點，設計一個二維空間的電腦模擬，以探討報酬遞增是否為形成都市體系冪次定律的成因(于如陵、賴世剛，2001)。該模擬的邏輯基礎是將聚落體系形成的過程視為一隨機成長過程，以電腦模擬來探討在報酬遞增情況下，都市區域的聚落體系是如何形成的。結果顯示，在都市為均質平面的假設下(即空間上並不存在地理資源優勢，在 Arthur 模型中表示 π_i 為 0)，能產生符合冪次定律之聚落系統。由模擬的結果來看，經由「報酬遞增」原則所形成的聚落體系，與冪次法則呈高度吻合(相關係數已趨近於 1)，因此吾人猜測，「報酬遞增」可能是形成聚落體系冪次法則的機制之一。

由該項研究中，吾人可以歸納出以下結論：

1. 在均質平原的假設下，電腦模擬確能產生符合冪次定律的聚落分布型態，且規模及排序取對數後的相關係數高達 0.95 以上。
2. 隨著聚集強度的增加，其首要都市規模及平均聚落規模均有逐漸擴大之趨勢，表示當我們如果對相鄰現有聚落之區位給與較高的發展潛力值時，確實會強化住戶集中的趨勢，從而產生較大規模的聚落以及較少的聚落數目。
3. 當聚集強度提高時，呈現迴歸方程式中斜率趨緩的趨勢(將「都市排序」置於 Y 軸，「都市規模」置於 X 軸)。迴歸方程式的斜率，代表的是不同規模間其城市排行的平均差距，因此斜率趨緩代表一種「極化」的現象，亦即都市發展集中於較少數的大城市，大小城市間的差距擴大。斜率隨著聚集強度提高而減少的趨勢，代表當我們如果對相鄰現有聚落之區位給與較高的發展潛力值時，確實會強化住戶集中的趨勢，而且此種集中趨勢和發展潛力值提高的幅度成正比。
4. 模型的相關係數並不隨時間增加而增加，我們可以這樣解釋，這顯示冪次定律存在的普遍性與穩定性，不管在任何時間點的聚落分布都符合此一特性，而非以「逐漸趨近」的方式來達到冪次定律的分布型態。

以下本文在此一基礎上，將模型的假設條件放寬，將探討在不同函數型態下，所產生的都市體系型態，與原先單純報酬遞增型態有何異同。

四、研究設計與方法

本研究是由從報酬遞增的觀點，設計一個二維空間的電腦模擬。模擬的邏輯基礎是將聚落體系形成的過程視為一隨機成長過程(random growth process, Krugman, 1996)。此一成長過程具有「路徑相依」(path-dependent)的現象，後續的發展取決於前面的結果。也就是說，如果實驗重複十次，我們會得到十個不同的結果。可能每次實驗都相當吻合冪次定律，但是冪次的斜率或是首要都市的規模在每次實驗中都有所改變。「路徑相依」是複雜科學中的一個特性，後續的發展往往取決於早期都市發展中的一些小事件，它使得系統非常複雜多變，呈現不可預測性，難以用理論模型去推導最終的結果，因此我們用電腦模擬模型作為分析的工具，試圖由模擬結果歸納出一些隱含在系統中的現象，進而探討其背後的影響因子。

在我們的電腦模擬中，參考Arthur(1990)的分析架構，但在計算區位的吸引力時僅考慮聚集利益而忽略區位本身的特性，也就是將全區視為一均質的平面。「非均質平面」對聚落體系之影響，筆者曾於其他文章中探討(于如陵、賴世剛，2003)，主要結論為「非均質平原不影響冪次定律的發生，只影響都市發生的區位」。故非均質平面對系統的影響方向視為已知，因此忽略地理資源優勢之考慮，將平面設為均質，將不致影響本文的分析結果。另外在Arthur的模型中，區域的數目及區域劃分是預設的，而在我們所設計的電腦模型中，聚落的數目是由系統內生而決定的，而每個聚落的聚集利益和聚落規模成正比，因此每個聚落就等於是一個小區域。

(一) 原始的模型說明

原始的模型是指依照筆者先前研究中所設計，限制在單純報酬遞增的狀況(于如陵、賴世剛，2001)。

在這個電腦模擬中，將平面空間分為相同規模的方格(grid)，每一個方格代表一個細胞(cell)，而這個細胞代表一個最小的土地開發單元。這個細胞的概念是由細胞自動機(cellular automata)而來，雖然本文並未用到細胞自動機的理论，只是考慮二維的格子狀腹地，但仍然借用細胞這個名詞來代表一個最小的土地開發單

元。細胞的狀態只有兩種情況：「未發展」與「已發展」。在初始狀態下，每個細胞均為未發展狀態，然後依照模擬規則，某些未發展細胞會轉變成為已發展的狀態。

本模擬存在以下的基本假設，茲說明如下：

1. 在本實驗中細胞的開發是不可逆的，即一個細胞由未發展狀態轉為已發展狀態後，除非發生遷移行為，否則不可能回復為未發展的狀態。在真實世界中，這代表土地開發行為是不可逆的，土地一旦被開發，若未發生遷移行為，就不會回復到原先的初始狀態。
2. 初始狀態下，區域皆為未發展細胞，之後每增加一回合，便固定新增一個已發展細胞加入區域內，而不論該細胞為系統內生或自外界遷入，因此每回合的已發展細胞增量固定為一，重點是其區位選擇於何處。在真實世界中，代表的是固定的人口成長，不論其為自然增加(出生)或社會增加(遷入遷出)。

本研究之方法主要以二維細胞自動機為架構，將每一細胞視為平面上的一宗土地，可以容納一個住戶單元。當細胞數目越多時，相對的運算時間會隨之增加，但基於統計的觀點，大樣本將具有較高的可信度，因此本研究參照歷年相關的電腦模擬，在電腦運算時間能夠忍受的程度下，將模擬空間的細胞數大幅提高。本模擬設計一個縱橫各為兩百格的方格矩陣，總計為四萬個細胞。在每一回合中，會有一個已開發細胞進入本區域，選擇一個居住區位，被選擇的區位將由「未發展」轉為「已發展」狀態。因此每經過一個回合，「已發展」細胞便增加一個，如此進行二千回合的電腦模擬，以觀察這些細胞所形成的聚落體系。

(二) 模型操作過程

1. 吸引模式設計

基於報酬遞增的精神，新進入之居民將會被已形成的聚落吸引，因此已形成聚落的週遭將具有較高的吸引潛力。此一提高吸引力提高之特定數值 N ，本研究稱為「聚集強度係數」，是指因鄰近一個已發展細胞，而導致該區位發展潛力因而提高之數值。在均質平面的假設下，於初始狀態時，每個細胞的開發潛力均設為 1，因此每個細胞被選中的開發機率均為四萬分之一(全部細胞有四萬個)。當第一個要進行開發行為的細胞被隨機選取後(機率為四萬分之一)，該細胞轉變為一個規模為 1 的獨立聚落後，其緊鄰週邊八格的細胞的發展潛力值均提高為 N (不再是原本的 1)，但已發展細胞本身的发展潛力值則由原本的 1 改設為 0，以示該細胞不會重複被選為要進行開發動作的細胞。在此一情況下，該已發展細胞週邊八格的发展機率提高為 N

$1/(40000 + 8N - 1)$ ，而其他未受影響的細胞的發展機率則為 $1/(40000 + 8N - 1)$ 。

若該聚落的規模為 M ，則緊鄰該聚落區位的發展潛力值將提高為 $M \times N$ 。舉例而言，若某區位緊鄰一個規模為三的已發展聚落(由三個相鄰的已發展細胞構成)時，該區位的發展潛力值將提高為 $3N$ ，並以此類推。依照前述的邏輯，爾後進入區域的細胞，發生在發展潛力值高的區位的機率會提高。而且發展潛力值的高低與該區位緊鄰聚落的規模成正比。

在單純報酬遞增的情況，「聚集強度係數」為一固定值，不因鄰近已形成聚落規模的影響，因此若某區位緊鄰一個規模為 M 的聚落，其發展潛力值將提高為 $M \times N$ ，此為筆者於前階段研究之設定。本文將「聚集強度係數」修正為會隨著鄰近已形成聚落之規模而改變，且有不同的函數型態，在此情況下，本文將原先的「聚集強度係數」定義修正為「邊際聚集強度係數」，其定義如下：

邊際聚集強度係數 = 最後一個加入該聚落的細胞(家戶)對於該聚落總體吸引力增加的貢獻值。..... (3)

在本模型中，使用以下公式來計算某區位對新細胞的吸引力：

某區位對新細胞的吸引力(發展潛力值) = 該細胞周圍緊鄰的最大聚落之「邊際聚集強度係數」..... (4)

在單純報酬遞增的特例中，某區位對新細胞的吸引力(發展潛力值) = 聚集強度係數 \times 該細胞周圍緊鄰的最大聚落之規模。當「聚集強度係數」改為「邊際聚集強度係數」後，因為前後加入該聚落的細胞(家戶)對該聚落總體吸引力增加的貢獻值不同，所以在計算該聚落周邊的總體吸引力時，不能直接相乘，而是要採取累加的方式，只有在「聚集強度係數」固定時，相乘和累加會得到相同的結果。

2. 操作步驟說明

本模型詳細的操作步驟如下：

步驟一：在「均質平面」的假設下，細胞的發展機率並無先天之差異，因此潛力值之得分均設定為 1，因此發展潛力值總分為四萬(二百乘二百為四萬)。

步驟二：以隨機亂數方式(蒙地卡羅模擬)，選取某一「未發展」細胞轉變為「已發展」。若該細胞周邊均為「未發展」細胞時，該細胞本身即構成一個規模為一的聚落。然後該聚落鄰近細胞的發展潛力值會增加一特定數值，此一特定數值稱為「邊際聚集強度係數」。另外，若該細胞轉變為「已發展」後，其發展潛力值便設定為零，表示該區位在後續階段被重複選取的機會為零。

步驟三：第一個細胞選取位置時，完全是隨機選取。但當第一個「已發展」細胞發生

後，整個區域中發展潛力值又有了變化，在「已發展聚落」周邊將具有較高的發展潛力值(當邊際聚集強度係數為正值時)，發展潛力值的計算公式如前面公式(4)。所謂的「已發展聚落」是由「已發展」細胞相鄰聚集所構成的獨立區塊。

依照前述的邏輯，爾後進入區域的細胞，發生在發展潛力值高的區位的機率會提高。而且發展潛力值的高低則取決於該區位聚集利益之大小，而該區位聚集利益之大小則視該區位緊鄰聚落之「邊際聚集強度係數」累加後的數值而定(如前面公式(4))。

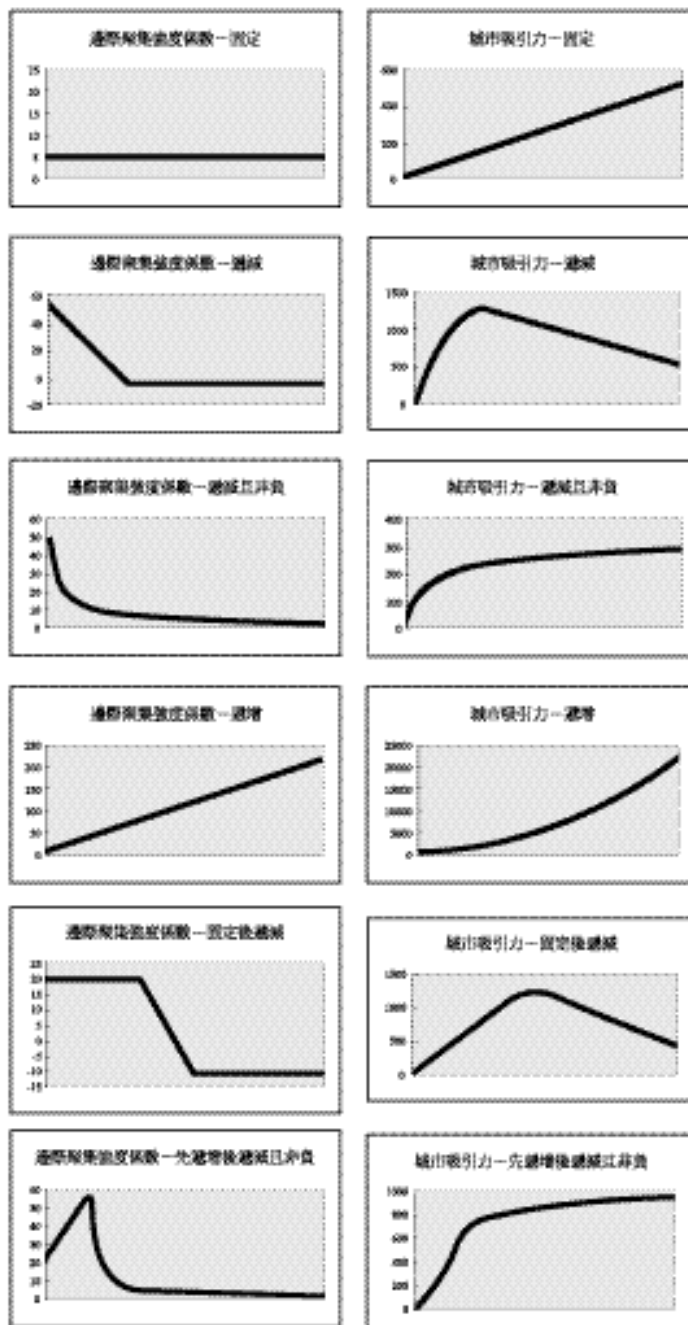
五、模擬結果分析

本研究之電腦模擬，係由 Microsoft Visual Basic 6.0(簡稱VB)程式語言為工具，自行撰寫模擬之程式。為了使不同模式及不同參數間的模擬結果能相互比較，在不同模型不同參數的模擬時，採取出現順序固定的亂數序列，亦即該數列是符合亂數的隨機性，但每次出現數字的順序是相同的。因此若以相同的參數來進行兩次模擬，將得到完全相同的結果。這樣設計的目的是因為本模擬主要是探討聚落體系之變化，而非參數的影響，參數的大小只有在相對比較下才有意義，本身並無單位或特定意義(如聚落規模、聚集強度等)。

(一) 函數型態的設定

在筆者前一階段的探討中，聚集強度係數為固定，不隨鄰近已形成聚落規模的影響，本文將範圍擴大到有不同函數型態，參考既有理論與文獻與筆者的自行研判，將函數型態設定為以下八種：固定、遞減、遞減且非負、遞增、先固定後遞減、先固定後遞減且非負、先遞增後遞減、先遞增後遞減且非負。各函數型態下的「邊際聚集強度係數」與「城市總吸引力」示意圖見圖一，在此「城市總吸引力」是由「邊際聚集強度係數」累加而得(如前面公式(4))。

本研究有一個基本假設，每回合的以開發細胞增量固定為1，不論其為系統內生成或自外部遷入，因此就整個系統而言，人口必隨著回合數而增加，一直到我們所設定的觀察終點，該系統達到2000個已開發細胞為止。而本研究的觀察重點是不同函數型態下，新家戶選擇開發區位的行為，以及累積各次家戶選擇行為後所產生的都市體系型態。就整個系統而言，人口必然增加，但在系統內的各都市則為未必，它們必須以自身的吸引力(前述的「城市總吸引力」)去競爭新家戶選擇是否加入該都市。在家戶選定開發位置後不再遷移的設定下(本研究隱含此一設定)，各都市



圖一 各函數型態下之邊際聚集強度與城市總吸引力圖
(橫軸為時間，縱軸代表規模)

(自上至下為固定、遞減、遞減且非負、遞增、先固定後遞減、先遞增後遞減且非負、遞增後遞減、先遞增後遞減且非負。)

的規模最多不再增加，而不致於減少，若該都市的總體吸引力下降到某種情況，無法吸引新人口進駐，該都市之發展即趨於停滯。而都市的總吸引力是上升或下降則取決於本研究所設定的聚集強度係數的型態及該都市的規模，都市的規模決定該都市在函數圖形中的位置(見圖一)。

以下分別就各函數型態的意義加以說明：

1. 固定：

在此函數型態下，聚集強度係數並不因聚落規模大小而改變，此亦為筆者先前研究之設定。在固定的型態下，意指每一個家戶對該聚落吸引力的貢獻相同，而該都市的總體吸引力亦隨都市規模之擴大而直線成長，並無上限。以經濟意義而言，在此種函數型態下，隱含著不存在「聚集不經濟」的假設。另外在此型態下，有一個特殊情況，當固定值為0時，表示報酬遞增機制不存在的狀態。

2. 遞減：

在此函數型態下，邊際聚集強度係數將隨著聚落規模的增加而遞減。以經濟意義而言，它暗示著「聚集不經濟」的效應從一開始就存在，都市會因為擁擠、污染等因素導致總吸引力在達到一個高峰後下降，因此在這個模式下存在一個風險，都市的總吸引力可能會下降至負值，本模型是一個機率模型，而機率值不得為負，因此除了小心設定參數值外，本模型中設定一個聚落的最低總吸引力不得低於1(與未發展地區相同)。

3. 遞減且非負：

此模式與前面的遞減模式類似，但「邊際聚集強度係數」採取非線性方式下降，以確保該係數必大於零。在此種情況下，都市的總吸引力將不至於下降，而是逐漸逼近一個上限。以經濟意義而言，它表示「聚集不經濟」從一開始就存在，但影響程度較前者輕微。

4. 遞增：

在此函數型態下，邊際聚集強度係數將隨著聚落規模的增加而遞增。以經濟意義而言，聚集經濟的效應非常明顯，不但隱含著不存在「聚集不經濟」的假設，而且都市規模越大，都市的總吸引力也將倍數上升。此一狀態與現實相較並不合理，但仍作為比對的測試函數之一。

5. 先固定後遞減：

在此函數型態下，初期時邊際聚集強度係數為固定值，到了後期則下降。以經

濟意義而言，表示每個早期住戶都為該都市帶來相同的吸引力貢獻，而且在早期並不存在「聚集不經濟」，到了後期都市會因為聚集不經濟而導致邊際聚集強度係數下降，而都市總體吸引力亦會在到達一高峰後下降。同樣的，凡是遞減階段，本模型中設定一個聚落的最低總吸引力不得低於 1。

6. 先固定後遞減且非負

此模式與前一模式類似，但「邊際聚集強度係數」下降時採取非線性方式下降，以確保該係數必大於零。如前所述，都市的總吸引力將不至於下降，而是逐漸逼近一個上限。以經濟意義而言，它亦代表在早期並不存在「聚集不經濟」，到了後期才出現聚集不經濟，但聚集不經濟並不會使都市的總體吸引力下降。

7. 先遞增後遞減

在此模式下，都市在早期時邊際聚集強度為遞增，後期則變為遞減係數。以經濟意義而言，表示在都市發展的前期，聚集經濟的效應非常明顯，都市將有一段加速成長的階段。而到後期時，因受聚集不經濟影響，邊際聚集強度係數下降，而都市總體吸引力亦會在到達一高峰後下降。

8. 先遞增後遞減且非負

此模式與前一模式類似，但「邊際聚集強度係數」下降時採取非線性方式下降，以確保該係數必大於零。如前所述，都市的總吸引力將不至於下降，而是逐漸逼近一個上限。以經濟意義而言，表示在前期為聚集經濟階段，後期為聚集不經濟的階段，但聚集不經濟的情況較前者為輕微，聚集不經濟不致於使都市的總體吸引力下降。

(二) 各函數型態的模擬結果

對於每種函數型態，筆者以不同的參數反覆試驗五次，以觀察其形成都市體系的特性。各次實驗的參數設定見附表一，實驗結果整理表見附表二。附表一中的參數設定值僅代表聚集強度係數中相對大小的關係，並無實際代表意義，附表三則是就各函數型態中，挑選一例作為代表，觀察其各時期的演化過程。被選擇出來的代表性範例在附表一、附表二中以欄位加以註明。模擬的細節請見附表一至附表三，以下僅就模擬的結果加以說明。

由模擬結果，筆者歸結以下結論：

1. 每種函數型態以不同參數反覆實驗五次，相同的函數型態呈現出類似的都市分布

型態，而參數的改變亦可看出對於冪次斜率及首市規模有相同的影響方向。因此雖然此類模擬實驗的結果具有不可預測性，但由最終結果來觀察，相同的函數型態下的確呈現類似的結果，也就是說實驗結果的細節是不可預測的，但其呈現出來的都市系統型態與參數呈現的範圍，卻大致可以掌握到，因此我們可以說相同函數型態下的結果有相當的一致性。

2. 由相關係數來看，除了遞增型態外，其他各種函數型態下的相關係數普遍高於0.9以上，甚至0.95以上，表示此種隨機成長的方式，不論函數型態如何，皆充分符合冪次法則。而遞增型態所以較不符合冪次法則，主要是人口過分集中於首市所造成，本文將探討於後。
3. 如前所述，都市體系的等級大小法則是冪次法則中的一個特例，其係數值趨近於-1。由附表二及附表三來看，大多數的實驗結果，在中間過程或最後結果，其迴歸係數值(斜率)會有接近-1的階段，也就是表示此種函數型態都有可能產生符合等級大小法則的都市體系。至於那些狀態將不能產生符合等級大小法則的分布型態，本文將於後續詳加探討。
4. 由觀察模擬結果的迴歸係數、首市規模與圖形上的分布型態，筆者發現不同的函數型態確實會產生不同的分布型態，茲分述如下：

(1)「遞減」或「遞減且非負」：

遞減的函數型態，所呈現出來的是一種相當均衡的分布，首市規模偏低，而會有較多小規模的聚落。這樣的結果與傳統經濟學的理念類似：由於規模報酬遞減，所以會導致均衡的發展，沒有一個區位能獨自座大。

(2)「遞增」：

遞增的函數型態所呈現出來的，則與遞減相反，首市獨大的現象非常明顯。一個聚落只要在初期因緣際會有所成長，得到發展的先機(在均質平面的假設下，此種先機與區位特性無關，純粹是機率問題)，則由於「滾雪球」效應，一路加速成長，而其他地區只有望塵莫及。

(3)「固定」

此種函數型態較能產生大小有序，符合等級大小法則的分配型態，也是筆者先前研究所設定的方式。當參數值擴大時，在發展的後期，也會逐漸有「首市獨大」的傾向。在此種型態下，有一個特例，當參數值為零時，代表完全不存在「報酬遞增」，此時將產生相當分散的分布型態。

(4)「固定後遞減」或「固定後遞減且非負」

此種函數型態與前者類似，但在發展的後期，由於「聚集不經濟」效果，使得

大都市的總體吸引力下降，所以不至於發生「首市獨大」的現象。

(5) 「遞增後遞減」或「遞增後遞減且非負」

此種函數型態，在前期因為遞增函數，有集中發展趨勢，到後期因為遞減函數，又有均衡發展的趨勢，但因為早期已經集中發展幾個較大規模聚落，所以它的「均衡」程度比不上純粹「遞減」的型態，與純減函數型態相比，此種函數型態下，都市數目較少，首市規模也較大。有一點值得一提，在「遞增後遞減」的型態下，可以觀察到「輪動」的現象，一個都市快速成長到一定規模，都市吸引力下滑後，另一個都市接棒崛起，快速成長。

5. 在本實驗中，有幾種函數，分別設定了「遞減」或「遞減且非負」的函數型態，以便互相比較其差異。

由附表二中可以看出，在相同的參數值設定下，「遞減且非負」型態所得到的首市規模通常大於「遞減」型態。因為當設定「非負」的條件後，都市的總吸引力不致於在產生高峰後下降，只是趨近於一個上限，因此「非負」條件有利於現有聚落繼續成長擴大，尤其是首市，從而產生首市規模較大的結果。

唯一例外的是「遞減」型態，其實也有合理的解釋，遞減型態會趨向於均衡發展，在初期產生較多小規模的聚落，而「非負」條件則保障每個聚落都能充分成長，在相互拉扯之下，每個聚落的規模反而變小，導致首市規模亦下降。

另外由附表三中可以看到，「遞減」與「遞減非負」，在參數值相同的情況下，前期的發展走的是完全相同的軌跡，但後期則有不同的發展。這是複雜系統的特色，相似(甚至相同)的開端，仍會有不同的發展結果。

6. 在各種函數型態下，除了觀察都市體系分配的狀態外，另外由附表三可以窺見不同函數型態下，都市成長的方式皆不相同，將各種函數型態下的首市成長曲線繪成圖六。由圖六來觀察，凡具有遞減機制者，首市規模成長到後期都會放慢速度，較合乎我們所觀察到的真實世界。而「固定」函數型態到了發展後期，大都市的成長速度明顯增快，已經有「滾雪球」的態勢，而「遞增」函數下，首市規模更是一飛衝天，與真實世界差距頗大。

7. 綜合考量都市體系分配的狀態、首市成長速度與相關理論，筆者研判，「先固定後遞減」可能是最符合真實世界的都市體系成長歷程(如圖五所示)。

理由之一是此種函數型態可以產生大小有序的都市體系，而且冪次係數值亦涵蓋-1的範圍(等級大小法則所指出的係數值)。

其次，遞減機制會使得大都市後期成長速度趨緩，這也與真實世界現象相符。

至於「先遞增後遞減」型態，首先此一型態的設定下，在「遞增」階段，一旦搶得

發展先機的都市即快速擴張，別的都市則原地停滯。當都市規模增加，進入「遞減」階段，都市總吸引力下降，又會有都市進入「遞增」階段，有都市間「輪動」的現象，此一現象似乎並非真實世界的常態。而且把新加入家戶對都市總吸引力的貢獻度設定為比原都市內家戶更高，並沒有足夠的證據支持。因此筆者認為在都市體系成長的初期，把每個住戶對都市吸引力的貢獻視為相同應是合理的，每個區位都有相同的機會成長，這樣符合「固定」函數型態。

至於「遞增」型態，一旦獲得先機就能夠加速成長，又沒有「遞減」階段來抑制都市的總吸引力，很容易形成首市獨大的狀態，導致至整個都市體系幾乎崩解，與真實世界不符。

而到了都市體系發展的後期階段，受到聚集不經濟的影響，大都市的成長速度趨緩，這樣符合「遞減」函數型態。至於遞減中的「非負條件」，可以把它視為是遞減型態中的特例，在「非負」的條件下，都市的總吸引力不致下跌，最多不再增加，似乎沒有足夠的理由支持「非負條件」一定存在，而且未必符合真實世界。在聚集不經濟的作用力下，都市的總吸引力的下降是極有可能的。

表一 各函數型態下都市體系比較表

邊際聚集強度函數型態	都市體系型態說明	評述	是否符合真實世界
固定	符合冪次	後期大都市擴張速度太快	大致符合
遞減	過於均衡	已發展都市規模太接近	與真實世界不符
遞減且非負	符合冪次	非負條件證據不足	大致符合
遞增	首市獨大	都市發展過於集中	與真實世界不符
先固定後遞減	符合冪次		高度符合
先固定後遞減且非負	符合冪次	非負條件證據不足	大致符合
先遞增後遞減	符合冪次	都市發展有輪動現象	大致符合
先遞增後遞減且非負	符合冪次	非負條件證據不足	大致符合

六、討論 - 等級大小法則是否必定成立？

由本文的模擬結果顯示，基於隨機成長的都市體系模擬結果，不論所依據的函數型態為何，可以說都符合冪次法則。顯示冪次法則此一公認的自然界秩序確實牢不可破的存在著，不論其推動機制為何，系統總是自發性的呈現出符合秩序的行為。

Bak教授在"How nature works"中所提到的自然界內生的秩序，在此又獲得印證。

但符合冪次法則者未必符合都市體系的等級大小法則，因為等級大小法則是冪次法則當係數值趨近於1的特例。

以下筆者歸納三種等級大小法則會失敗的情況，說明如後：

1. 過於分散：

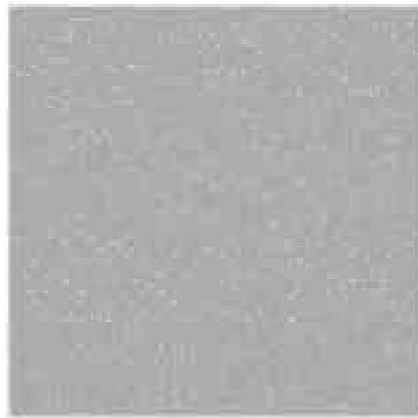
當報酬遞增機制不存在(函數型態為固定，邊際聚集強度係數為0)，則系統無從獲得額外的聚集動力，在此種狀態下，產生的都市體系過於分散，與等級大小法則不符(如圖二所示)。圖二所顯示的是報酬遞增機制不存在下的模擬結果，呈現一個高度分散的都市體系，幾乎看不到稍具規模的聚落。

2. 過於均衡：

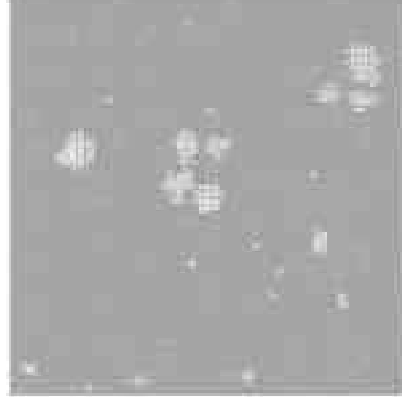
在「遞減」函數型態下，將使系統呈現有均衡發展的傾向，所謂過於均衡，是指各都市的規模大小都在一個很接近的範圍內。而過於均衡的發展，則與等級大小法則所描述的大小有序的都市體系不符。在此種情況下，已具規模的都市大小差距有限，同質性太高，因此亦不符合等級大小法則(見圖三)。圖三所顯示的是在「遞減」函數型態下的模擬結果，在遞減函數型態下，呈現出來的都市體系往往具有過於均衡的特性。

3. 過於集中：

在「遞增」函數型態下，將使系統有集中發展的傾向，而所形成的都市體系就是「首市獨大」，除了首市以外，幾乎找不到其他具有相當規模之都市，故亦不符合等



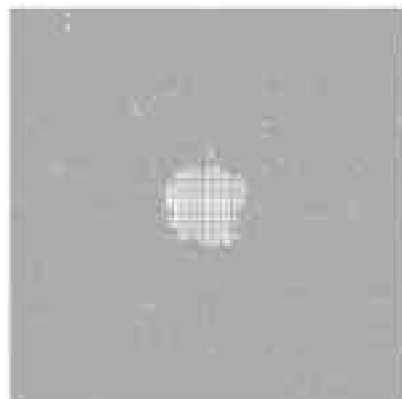
圖二 無報酬遞增機制之模擬結果(固定函數型態，聚集強度係數為0)



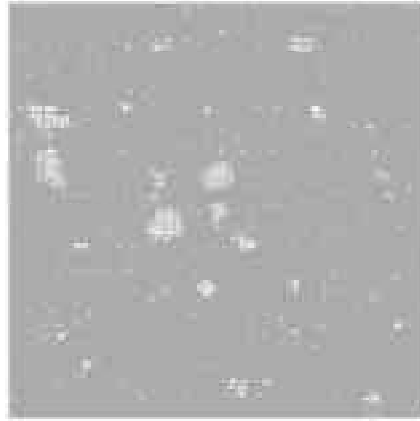
圖三 遞減函數型態下之模擬結果

級大小法則(見圖四)。圖四所顯示的是「遞增」函數型態下的模擬結果，在遞增函數型態下，呈現出來的都市體系往往具有過度集中的特性。

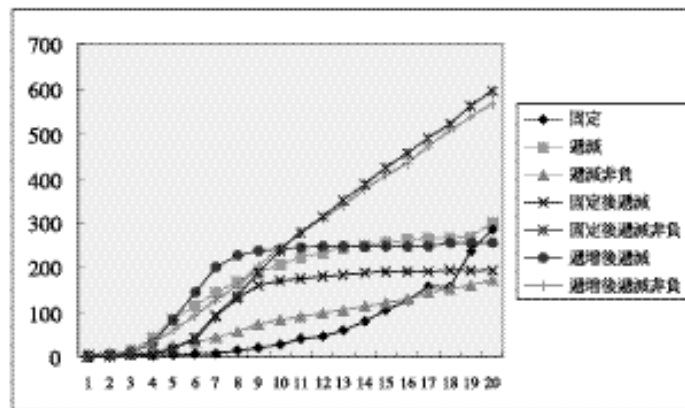
由以上的案例而言，吾人認為，等級大小法則雖然在世界各地均有相當案例顯示確可適用，但其成立並非毫無條件的。等級大小法則下所呈現出來的都市體系，是在一種微妙平衡下所產生的，因為如果「聚集經濟」與「聚集不經濟」兩種力量如果失衡，則都市體系便有可能形成「首市獨大」或「過分均衡」的現象，而導致等級大小法則的失敗。而現實生活中我們確實可觀察到許多符合等級大小法則的都市體系，因此「聚集經濟」與「聚集不經濟」都是構成都市體系幕次現象不可或缺的推動機制。至於自然界的幕次現象，則似乎並不是由特定機制所推動，而是一種普遍存在的自發性秩序。



圖四 遞增函數下的模擬結果



圖五 先固定後遞減函數的模擬結果



圖六 各種函數型態下的首市成長曲線圖

(遞增函數的成長速度太快，與其他函數差距過大，未列入圖中)

本研究係由複雜科學觀點所進行的探討，結果顯示等級大小法則必須於特定推動機制下方可形成。由文獻回顧中可以看到，其他學者亦指出，等級大小法則須於特定條件下方能產生，如Gibart's law，因此不同的研究方向似乎指向類似的結果，可以相互印證。

七、結 論

冪次法則是一個普遍存在於自然界與社會科學界的現象，在都市體系中亦可觀

察到此一現象，Krugman(1996)曾對此現象加以說明。但都市體系冪次法則形成的機制是如何？至今學界尚無法提出明確的解釋。在先前的研究中曾指出，根據報酬遞增理論所設計的電腦模擬中，在均質平面平面的假設下，會呈現出高度符合冪次現象的都市體系(于如陵，賴世剛，2001)。本文在此一基礎上，將模型的假設條件放寬，使擴增為不同函數型態下的探討。

本研究基於複雜理論，設計電腦程式來模擬都市聚落體系之形成，將函數型態區分為固定、遞減、遞減且非負、遞增、先固定後遞減、先固定後遞減且非負、先遞增後遞減、先遞增後遞減且非負等八種，由電腦模擬結果，可歸納為以下幾點結論：

1. 基於隨機成長的都市體系模擬結果，不論所依據的函數型態為何，大多數都高度符合冪次法則。
2. 等級大小法則為冪次法則的特例(係數值趨近-1)，但符合冪次法則的機制，未必符合等級大小法則。
3. 「遞減」機制將使系統呈現有均衡發展的傾向，而「遞增」機制則有使系統呈現集中發展的傾向。兩者都將導致等級大小法則的失敗。
4. 綜合考量都市體系分配的狀態、首市成長速度與相關理論，筆者研判，「先固定後遞減」可能是最符合真實世界的都市體系成長歷程的推動機制。

本研究顯示，等級大小法則必須在特定的推動機制之下才會形成，因此雖然等級大小法則已被廣為都市研究者奉為圭臬，在世界各地加以應用，但其成立並非毫無條件。吾人認為，等級大小法則是在「聚集經濟」與「聚集不經濟」兩種力量微妙平衡下所產生的。而現實生活中我們確實可觀察到許多符合等級大小法則的都市體系，因此「聚集經濟」與「聚集不經濟」都是構成都市體系冪次現象不可或缺的推動機制。至於自然界的冪次現象，則似乎並不是由特定機制所推動，而是一種普遍存在的自發性秩序。

本研究係由複雜科學觀點所進行的探討，結果顯示等級大小法則必須於特定推動機制下方可形成，與其他學者採用不同研究方法所得結果有相類似之處，可以相互印證。

謝 誌

本文部分內容曾發表於中華民國都市計劃學會、住宅學會、區域科學學會、地區發展學會2004年聯合年會暨論文研討會，作者感謝與會者的意見。

參考文獻

- 于如陵、賴世剛, (2001), < 聚落體系形成之電腦模擬實驗 - 以報酬遞增觀點為基礎之探討 >, 《台灣土地研究》, 第3期, 台北。
- 于如陵、賴世剛, (2003), < 報酬遞增理論對聚落體系影響之電腦模擬實驗 >, 《建築與規劃學報》, 第4卷第2期, pp158-176。
- 薛明生、賴世剛, (2002), < 人口時空分布冪次定律的普遍性與恆常性 - 台灣本島實證研究 >, 《台灣土地研究》, 第5期, 台北。
- 沃德羅普著, 齊若蘭譯, (1994), < 複雜 >, 《天下文化出版社》, 台北。
- 葛雷易克著, 林和譯, (1991), < 混沌 >, 《天下文化出版社》, 台北。
- Arthur, W. Brian (1990), 'Silicon Valley' locational clusters: When do increasing returns imply monopoly?, *Mathematical Social Sciences*, Vol. 19, 235-251.
- Bak, P. (1991), Self-organizing criticality, *Scientific American* (January), 26-33.
- Bak, P. (1996), "How nature works: the science of self-organized criticality", Oxford University Press.
- Batten, David F. (2001), Complex landscapes of spatial interaction, *The Annals of Regional Science*, Vol. 35, 81-111.
- Black, Paul E (2001), "Zipf's Law" <http://hissa.hist.gov/dads/HTML/zipfslaw.html>
- Gibaix. X. (1999), Zipf's law for Cities: An Explanation, *Quarterly journal of Economics*, 114(3), P739-67.
- Kauffman S. (1995), *At Home in the Universe: The Search for the Laws of Self-Organization and Complexity*, New York: Oxford University Press.
- Krugman, Paul (1996), *The Self-Organizing Economy*, Cambridge, Massachusetts: Blackwell Publishers Inc.
- Fujita Masahisa & Krugman, Palu & Venables, Anthony J. (2001), *The Spatial Economy*, The MIT Press.
- Savage, Stephen H. (1997), "Assessing Departures from log-normality in the rank-size rule", *Journal of archaeological Science*, vol.24 pp. 233-244.
- Simon, H.A. (1955), On a class of skew distribution function, *Biometrika* 52: 425-440.

于如陵、賴世剛：聚落體系形成之電腦模擬實驗 - 不同函數型態下的探討

Simon, H.A. (1998), *The Sciences of the Artificial*, Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.

Zipf, G. K. (1949), *Human Behavior and the Principle of Least Effort*, New York: Addison-Wesley Press.

附表一 模型參數設定表

類型	編號	模型參數設定	代表性範例
固定	固定0	起始值：0	
	固定1	起始值：1	
	固定2	起始值：3	
	固定3	起始值：5	是
	固定4	起始值：10	
	固定5	起始值：20	
遞減	遞減1	起始值：10，遞減值：-1，最小值：-1	
	遞減2	起始值：20，遞減值：-1，最小值：-2	
	遞減3	起始值：50，遞減值：-1，最小值：-5	是
	遞減4	起始值：100，遞減值：-1，最小值：-10	
	遞減5	起始值：200，遞減值：-1，最小值：-20	
遞減且非負	遞減非負1	起始值：10	
	遞減非負2	起始值：20	
	遞減非負3	起始值：50	是
	遞減非負4	起始值：100	
	遞減非負5	起始值：200	
遞增	遞增1	起始值：1，遞增值：1	
	遞增2	起始值：3，遞增值：1	
	遞增3	起始值：5，遞增值：1	是
	遞增4	起始值：10，遞增值：1	
	遞增5	起始值：20，遞增值：1	
先固定後遞減	固定遞減1	起始值：20，固定持續長度：20，遞減值：-1，最小值：-10	
	固定遞減2	起始值：10，固定持續長度：50，遞減值：-1，最小值：-10	
	固定遞減3	起始值：20，固定持續長度：50，遞減值：-1，最小值：-10	是
	固定遞減4	起始值：10，固定持續長度：100，遞減值：-1，最小值：-10	
	固定遞減5	起始值：20，固定持續長度：100，遞減值：-1，最小值：-10	
先固定後遞減且非負	固定遞減非負1	起始值：20，固定持續長度：20	
	固定遞減非負2	起始值：10，固定持續長度：50	
	固定遞減非負3	起始值：10，固定持續長度：100	
	固定遞減非負4	起始值：20，固定持續長度：50	是
	固定遞減非負5	起始值：20，固定持續長度：100	
先遞增後遞減	遞增遞減1	起始值：20，遞增值：2，最大值：50，遞減值：-1，最小值：-10	是

附表一 模型參數設定表 (續)

類型	編號	模型參數設定	代表性範例
	遞增遞減2	起始值：10，遞增值：2，最大值：50，遞減值：-1，最小值：-10	
	遞增遞減3	起始值：2，遞增值：2，最大值：100，遞減值：-1，最小值：-20	
	遞增遞減4	起始值：20，遞增值：2，最大值：100，遞減值：-1，最小值：-20	
	遞增遞減5	起始值：10，遞增值：2，最大值：100，遞減值：-1，最小值：-20	
先遞增後遞減且非負	遞增遞減非負1	起始值：10，遞增值：2，最大值：50	
	遞增遞減非負2	起始值：2，遞增值：2，最大值：100	
	遞增遞減非負3	起始值：20，遞增值：2，最大值：50	
	遞增遞減非負4	起始值：10，遞增值：2，最大值：100	
	遞增遞減非負5	起始值：20，遞增值：2，最大值：100	

附表二 模擬結果整理表

類型	編號	首市規模	相關係數	迴歸係數	代表性範例
固定	固定0	4	0.9842	-3.9288	
	固定1	12	0.9937	-2.1485	
	固定2	174	0.9953	-1.0732	
	固定3	286	0.9841	0.9650	是
	固定4	651	0.9488	0.7889	
	固定5	1235	0.9607	-0.7202	
遞減	遞減1	31	0.9476	-0.6637	
	遞減2	88	0.9507	-0.9361	
	遞減3	302	0.9472	-0.5019	是
	遞減4	607	0.9479	-2.8006	
	遞減5	1117	0.9443	-4.1740	
遞減且 非負	遞減非負1	33	0.9746	-1.8430	
	遞減非負2	84	0.9576	-1.2036	
	遞減非負3	173	0.9564	-1.2351	是
	遞減非負4	679	0.9833	-0.6101	
	遞減非負5	783	0.9675	-1.9297	
遞增	遞增1	318	0.8684	-0.9189	
	遞增2	793	0.8685	-0.6736	
	遞增3	1264	0.8135	-0.4531	是
	遞增4	1273	0.9242	-0.5139	
	遞增5	1367	0.9332	-0.5352	
先固定 後遞減	固定遞減1	102	0.9163	-0.6880	
	固定遞減2	120	0.9768	-0.9053	
	固定遞減3	192	0.9681	-0.6815	是
	固定遞減4	219	0.9822	-0.8776	
	固定遞減5	340	0.9804	-0.5977	

附表二 模擬結果整理表 (續)

類型	編號	首市規模	相關係數	迴歸係數	代表性範例
先固定	固定遞減非負 1	250	0.9680	-0.7007	
後遞減	固定遞減非負 2	314	0.9740	-0.8246	
且非負	固定遞減非負 3	564	0.9430	-0.7579	
	固定遞減非負 4	594	0.9928	-0.6202	是
	固定遞減非負 5	994	0.9811	-0.6098	
先遞增	遞增遞減 1	254	0.9635	-0.5842	是
後遞減	遞增遞減 2	375	0.9590	-0.6385	
	遞增遞減 3	519	0.9377	-0.7227	
	遞增遞減 4	521	0.9569	-0.4391	
	遞增遞減 5	530	0.9473	-0.5566	
先遞增	遞增遞減非負 1	339	0.9454	-0.5832	
後遞減	遞增遞減非負 2	546	0.9328	-0.7314	
且非負	遞增遞減非負 3	565	0.9877	-0.5997	是
	遞增遞減非負 4	571	0.9380	-0.5243	
	遞增遞減非負 5	1369	0.9050	-2.4381	

附表三 各函數型態在不同時間的比較表

函數型態	回合數	首市規模	相關係數	迴歸係數
固定： 起始值：5	300	4	0.9916	-2.4704
	500	5	0.9518	-2.4039
	700	9	0.9789	-2.0510
	1000	29	0.9962	-1.5166
	1200	46	0.9932	-1.3912
	1500	105	0.9940	-1.4216
	2000	286	0.9841	-0.9645
遞減： 起始值：50， 遞減值：-1， 最小值：-5	300	16	0.9829	-0.8240
	500	84	0.9780	-0.6645
	700	143	0.9809	-0.6029
	1000	207	0.9897	-0.5996
	1200	235	0.9827	-0.5736
	1500	256	0.9611	-0.5490
	2000	302	0.9472	-0.5019
遞減且非負： 起始值：50	300	11	0.9951	-1.1345
	500	26	0.9686	-1.0328
	700	45	0.9770	-0.9505
	1000	83	0.9723	-0.8833
	1200	97	0.9577	-0.8507
	1500	121	0.9547	-0.8062
	2000	173	0.9564	-1.2351
遞增： 起始值：5， 遞增值：1	300	5	0.9876	-1.5744
	500	8	0.9880	-1.6677
	700	22	0.9846	-1.1850
	1000	243	0.8764	-0.6515
	1200	449	0.8494	-0.5648
	1500	755	0.8291	-0.5051
	2000	1264	0.8135	-0.4531

附表三 各函數型態在不同時間的比較表 (續)

函數型態	回合數	首市規模	相關係數	迴歸係數
先固定後遞減： 起始值：20， 固定持續長度 ：50， 遞減值：-1， 最小值：-10	300	5	0.9967	-1.3487
	500	18	0.9782	-1.2342
	700	92	0.9660	-0.8544
	1000	171	0.9846	-0.8361
	1200	181	0.9907	-0.7803
	1500	190	0.9841	-0.7343
	2000	192	0.9681	-0.6815
先固定後遞減 且非負： 起始值：20， 固定持續長度 ：50	300	5	0.9967	-1.3487
	500	18	0.9782	-1.2342
	700	90	0.9693	-0.8656
	1000	238	0.9850	-0.7386
	1200	313	0.9910	-0.6924
	1500	423	0.9934	-0.6643
	2000	594	0.9928	-0.6202
先遞增後遞減： 起始值：20， 遞增值：2， 最大值：50， 遞減值：-1， 最小值：-10	300	11	0.9925	-0.9308
	500	83	0.9326	-0.6443
	700	200	0.9134	-0.5852
	1000	241	0.9404	-0.6499
	1200	246	0.9733	-0.6807
	1500	246	0.9883	-0.6740
	2000	254	0.9635	-0.5842
先遞增後遞減 且非負： 起始值：20， 遞增值：2， 最大值：50	300	11	0.9925	-0.9308
	500	60	0.9712	-0.7338
	700	125	0.9739	-0.6762
	1000	245	0.9776	-0.6178
	1200	308	0.9823	-0.6230
	1500	406	0.9823	-0.6140
	2000	565	0.9877	-0.5997